

**Наталија Будински**

Основна и средња школа  
са домом ученика “Петро Кузмјак”  
Руски Крстур, Србија

**Драгица Милинковић<sup>1</sup>**

Универзитет у Источном Сарајеву  
Педагошки факултет Бијељина

doi 10.7251/NSK1701038B

удк 371.1::51-028.31

Прегледни рад

## ОБРАДА МАТЕМАТИЧКИХ САДРЖАЈА У МЛАЂИМ РАЗРЕДИМА ОСНОВНЕ ШКОЛЕ МОДЕЛОВАЊЕМ РЕАЛНИХ СИТУАЦИЈА

*Апстракт: Математичко моделовање почиње да заузима све значајније место у настави математике, тако да је веома корисно да се са учењем математике кроз реалне ситуације почне већ у раном узрасту ученика. У том контексту, у раду се описује примена математичког моделовања у млађим разредима основне школе у функцији активне употребе и разумевања математике у свакодневном животу.*

*У првом делу се даје теоријска подлога и разматра начин примене математичког моделовања у усвајању математичких појмова, правила и решавању животних проблема који имају математичку основу. У другом делу се наводи практични пример моделовања реалних ситуација у функцији учења математике у настави базичног циклуса.*

*Кључне речи: математичко моделовање, настава математике, основна школа, реални контекст.*

### Увод

Моделовање се у функцији унапређења образовања прво појавило у инжињерским наукама, а затим се проширило и на друге области (Pollak, 1968). Његова сврха је била да премости јаз између математичког мишљења и размишљања у проблемским ситуацијама из стварног света (Blum, Galbraith, Henn & Niss, 2007).

Математичко моделовање реалних ситуација се може применити у обради математичких садржаја без обзира на узраст ученика. Погодно је, како за само увођење ученика у математичке појмове у млађим разредима, тако и за проучавање савремених научних проблема, све до универзитетског образовања. Процес математичког моделовања креће од неке појаве, односно ситуације у природи или друштву, а завршава се разумевањем и описивањем те ситуације

---

<sup>1</sup> sadra@teol.net

употребом математике. Избор почетне ситуације се прилагођава захтевима наставних ситуација чиме је омогућена мултилатералност математичког моделовања. Једна од најопштијих дефиниција математичког моделовања, али и оних које веома добро описују моделовање, је дата од стране Мершерта и гласи: „Математичко моделирање је веза између математике и остатка света“ (Meerschaert, 2010). Кључни кораци за успешну примену моделовања и решавање проблема су: постављање питања, бирање начина моделовања, формирање модела, решавање и одговарање на постављено питање. Концептуално схватање моделовања подразумева добијање математичког модела када се суштина проблема издвоји и преведе на математички језик.

### Математичко моделовање у настави

Значај математичког моделовања је неоспоран са становишта рационализације васпитно-образовног процеса. Ученици који успешно примењују одређене моделе знатно лакше и брже усвајају математичке појмове, лакше се сналазе у проблемским ситуацијама, сигурнији су приликом давања одговора и знатно су мотивисанији за рад (Милинковић, 2013).

Кроз примену моделовања у настави, ученици математику уче са разумевањем, подстичу се да решавају проблеме различите сложености на више начина и са различитих аспеката, да образлажу своје идеје, као и да проверавају, пореде и побољшавају своја решења. Моделовање, као начин решавања реалних проблема, подстиче ученике да разговарају о проблему како међусобно, тако и са наставником, да анализирају решења, писмено или усмено, да прате шта су други ученици урадили, да дискутују, размењују различите могућности, као и да доказују своја решења.

Након примене PISA (PISA је скраћеница за међународни програм процене ученичких постигнућа, енгл. Programme for International Student Assessment) тестирања, математичко моделовање се нашло у фокусу образовних кругова. Ови тестови су допринели промени парадигме у оцењивању онога што су ученици постигли током наставног процеса. PISA тестови процењују стечена знања и вештине ученика током основног образовања које су значајне за даљи, лични и професионални живот. Акцент у овим тестовима се ставља на применљива знања, а задаци су везани за реалне ситуације блиске ученицима. Важно је напоменути да се уместо термина „знање“ користе термини „писменост“ или „компетенција“, због провере која се односи на основна знања која се стичу образовањем. PISA тестовима се процењује писменост из три области: читање, наука и математика.

Према OECD-у (Организација за економију, сарадњу и развој, енгл. Office of Economic Cooperation and Development) која спроводи тестирање, математичка писменост је способност појединца да препозна и разуме улогу математике у

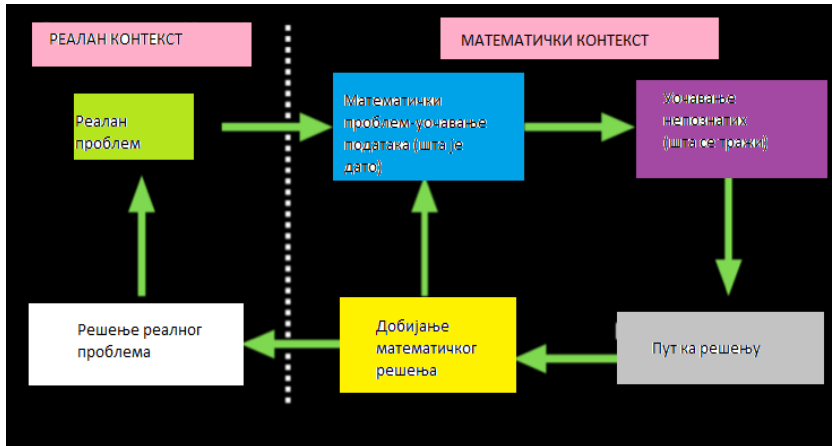
свету, да доноси утемељене одлуке и да примењује математику на начине који одговарају потребама живота појединца као конструктивног, заинтересованог и промишљеног грађанина (OECD, 2010; OECD, 2014). Она се не ограничава само на познавање математичке терминологије, чињеница и математичких поступака, као и на извршавање одређених операција, иако подразумева поседовање тих компетенција. Она се односи на активну употребу и разумевање математике у свакодневном животу. Задаци на PISA тестовима нису увек из учионице и подразумевају решавање реалних проблема који имају математичку основу, а то је свакако област примене математичког моделовања.

У овом раду приказујемо како се ученици млађих разреда основне школе, узраста 9-10 година, кроз математичко моделовање могу упознати са математичким појмовима. На *слици 1* је приказана упрошћена шема на који начин тече примена математичког моделовања у наставном процесу. Слика симболично приказује да се почиње од проблема из реалног живота или контекста, и кроз различите активности на крају се добија решење које се може применити у реалном контексту.



Слика 1. Симболични приказ процеса моделовања од проблема из реалног контекста до решења

Међутим, прелаз од реалног проблема до решења је испуњен конкретним корацима кроз које треба провести ученика. Првенствено то је уочавање математичког проблема у реалном проблему, затим уочавање непознатих, рачунање или пут као решењу и добијање математичког решења које води до решења реалног проблема. Кроз одређене кораке повезује се реалан и математички контекст. На *слици 2* је приказана детаљна шема на који начин се математичко моделовање примењује у наставном процесу. Шема је настала проучавањем савремене литературе и истраживања у области образовања (Kaiser et al., 2006, Cai et al., 2014).



Слика 2. Примена математичког моделовања у наставном процесу

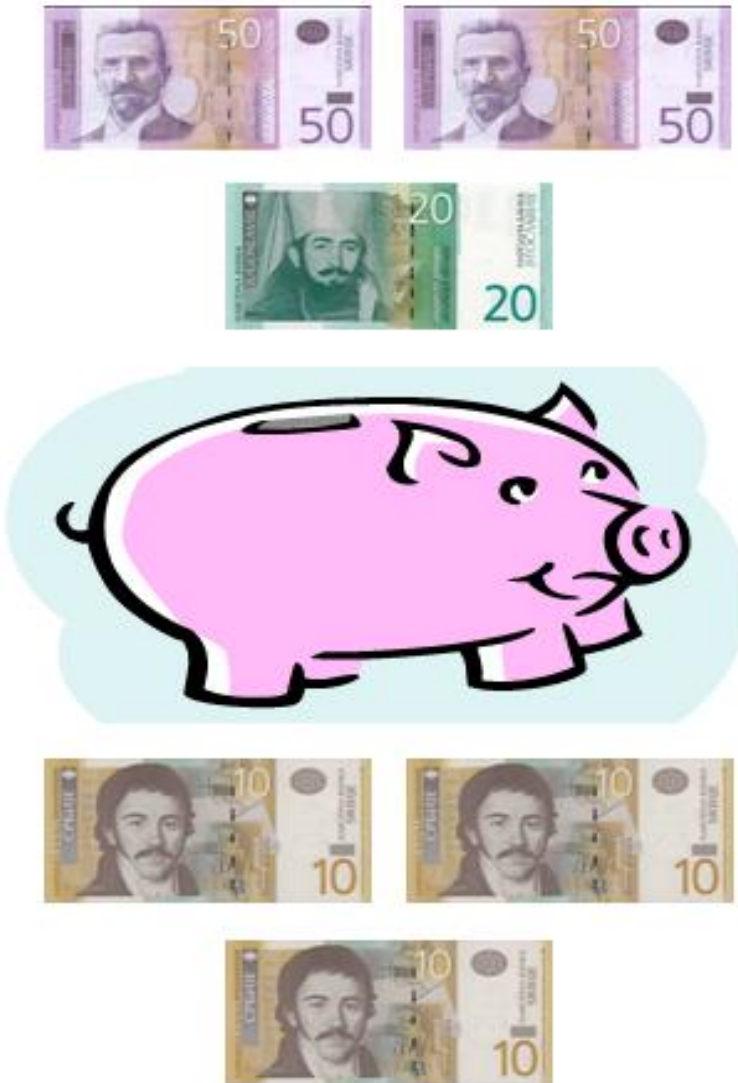
Као први корак у процесу примене математичког моделовања у настави је одабир реалног проблема. Приликом избора проблема треба водити рачуна да буде занимљив узрасту ученика који га решавају, али и да у себи садржи математички проблем кроз који се жели пренети неки математички концепт. Када се ради о узрасту деце од 9-10 година, проналажење одговарајућег реалног проблема није једноставан задатак. Ученици у млађим разредима основне школе имају ограничено животно и математичко искуство, тако да то у великој мери сужава избор проблема. На пример, што се тиче математичких компетенција ученици знају да броје, да користе математичке операције, основне појмове везане за разломке, једноставније једначине са једном непознатом, као и базичне појмове из геометрије.

Међутим и то се може искористити да се кроз математичко моделовање проблема ученицима на том узрасту објасне сложенији математички појмови (Милинковић, 2003). На пример, може се употребити за увођење појмова као што су променљиве или њихова зависност. Иако је увођење појма функције у њеном математичком смислу у овом узрасту немогуће, само изграђивање појма пресликавања и формирање идеје о функцији је могуће кроз различите реалне ситуације (Службени гласник РС-Просветни гласник, 2006). Наиме, реалне ситуације блиске ученицима могу послужити за утврђивање промена резултата у зависности од промене компонената, као и за установљавање пропорционалности промена појединих елемената. Истражујући различите ситуације, ученици упознају функције, а то знање им у каснијем математичком образовању може послужити као темељ за изучавање овог веома важног математичког појма.

У процесу моделовања посебно је важна визуелна компонента, јер се унутрашњи мисаони обрасци обликују кроз манипулисање предметима и графичко приказивање решења (Милинковић, 2016). Визуелизацијом као психолошким феноменом научници се баве више од једног века. Иако бројна истраживања потврђују да визуелизација подразумева предочавање апстрактних појмова „сликом“ и способност тумачења и разумевања представљених информација, веома често она није експлицитно дефинисана. У стручној литератури користе се бројни синоними и појмовна одређења. Визуелизација, према Беигриу, подразумева израду менталних слика (Baigrie, 1996); Милер ју назива чином спознаје (Miller, 1986), а Филипс и сарадници су, бавећи се истраживањем широког спектра релевантне литературе, дали хронолошки приказ експлицитних дефиниција визуелизације (Philips et al., 2010).

### **Пример примене математичког моделовања реалне ситуације штедње новца у млађим разредима основне школе**

Један од примера примене математичког моделовања реалне ситуације штедње новца у млађим разредима основне школе може се искористити за увођење, односно откривање и изграђивање почетне идеје о функцији. Кроз реалну ситуацију штедње новца се код ученика ради на изграђивању појма пресликавања које се користи за утврђивање промене компонената, као и за установљавање пропорционалности промјена појединих елемената операције, кроз таблично и дијаграмско моделовање реалне ситуације. Реална ситуација је у овом случају ученицима представљена кроз слику као што је приказано на слици 3. Ученицима је објашњено да се на слици налази Павлова касица прасица, а први задатак је био да се изброји колико је Павле уштедео новца.



Слика 3. Илустративни увод у реални проблем и математичко моделовање

Након тога је реалан проблем проширен на то да Павле жели да купи нову играчку која кошта 3000 динара, са питањем колико новца треба да штеди, ако сваки дан када иде у школу добија 100 динара, а од деде сваки викенд добија 200 динара. Осим тога, Павле сваки дан потроши 50 динара за ужину, а викендом иде

у биоскоп и улазницу плаћа 100 динара. Главно питање је било да се одреди колико дана треба Павле да штеди, да би купио нову играчку?

Да би се лакше одредило колико дана треба да штеди, ученици су добили упутство да почну са рачунањем колико новца Павле добија, колико троши дневно, а затим недељно.

На овај начин, кроз илустрације, дијалог и једноставне математичке задатке, ученици уочавају зависност, на пример између времена и уштеђеног новца. Такође, они увежбавају записивање математичких израза и њихово тумаче, што свакако утиче на развијање математичких компетенција. Што се тиче самог процеса моделовања, ученици повезују реалан и математички контекст, где им је реалан контекст близак и познат из њиховог сопственог живота, док се математички концепт надограђује на њега.

### Закључак

Савремена методичка литература која се бави укључивањем моделовања у наставни процес биће обогаћена конкретним иновативним приступом који даје упутства како обрађивати математичке садржаје моделовањем у млађим разредима основне школе. Пратећи савремене европске и светске образовне трендове, у савременој настави математике јавља се потреба да се наставни процес реструктурира кроз прилагођавање садржаја, примену знања и иновативних приступа настави, под утицајем нових технологија, медија и интернета. Настава уопште, али и настава математике, треба да омогући динамичније и ангажованије комбиновање знања, вештина и ставова важних за различит реални контекст. У потрази да се испуне ови специфични захтеви образовања, математичко моделовање и његова примена се показују као веома ефикасан начин.

### Литература

- Baigrie, B. (1996). *Descartes scientific illustrations and 'la grande mécanique de la nature'*. In: B. S. Baigrie (Eds.), *Picturing knowledge: Historical and philosophical problems concerning the use of art in science*, 86–134. Toronto, ON: University of Toronto Press.
- Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H. W., & Niss, M. (2007). *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI Study*. New York, NY: Springer.
- Kaiser, G., Blomhøj, M. & Sriraman, B. (2006). Towards a didactical theory for mathematical modeling. *ZDM*, 38 (2), 82-85.
- Meerschaert, M. (2010). *Mathematical Modeling*. Elsevier Science.
- Miller, A. I. (1986). *Imagery in scientific thought*, Cambridge, MA: MIT Press.

- Миљинковић, Д. (2003). Моделски приступ диференцираној обради аритметичких проблема, *Значења*, 47, 265-279.
- Миљинковић, Д. (2013). *Методика математичког моделовања за разредну наставу*, Пале: Универзитет у Источном Сарајеву Филозофски факултет Пале.
- Миљинковић, Д. (2016). Визуелизација у функцији развијања математичког мишљења, *Зборник радова са Научног скупа Наука и евроинтеграције*, (327-341). Пале: Филозофски факултет Универзитета у Источном Сарајеву.
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2010). *Pisa 2009 results: What students know and can do. Student performance in reading, mathematics and science I*. Paris: Author.
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2014). *Pisa 2012 results: What students know and can do. Student performance in reading, mathematics and science I*. Paris: Author.
- Pollak, H. O. (1968). On some of the problems of teaching applications of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 1 (1/2), 24-30.
- Philips, L. et al. (2010). *Visualization in Mathematics, Reading and Science Education*, Dordrecht Heidelberg London New York: Springer.
- Службени гласник РС (2006). *Просветни гласник*, 3/06.
- Cai, J., Cirillo, M., Pelesko, J. A., Borromeo Ferri, R., Borba, M., Geiger, V., Stillman, G., English, L. D., Wake, G., Kaiser, G. & Kwon, O. N. (2014). Mathematical modeling in school education : mathematical, cognitive, curricular, instructional and teacher education perspectives. In P. Liljedahl et al. (Eds.) *Proceedings of the Joint Meeting of PME 38 and PME-NA 36, PME-NA, Vancouver, Canada* (pp. 145-172).

*Natalija Budinski*

*Dragica Milinković*

TEACHING MATHEMATICS THROUGH MATHEMATICAL MODELING OF REAL-WORLD SITUATION IN THE ELEMENTARY GRADES

*Summary*

*Mathematical modeling begins to occupy an increasingly important place in the teaching of mathematics, so it is very useful to learning mathematics through real situations starts at an early age students. In this context, the paper describes the application of mathematical modeling in the elementary grades as a function of active use and understanding of mathematics in everyday life.*

*The first part provides a theoretical basis and considers how the application of mathematical modeling in the adoption of mathematical concepts, rules and solving life problems that have a mathematical basis. The second part alleges a practical example of modeling the real situation in the function of learning mathematics in teaching the basic cycle.*

*Key words: mathematical modeling, elementary grades, mathematical education.*