

RAZLIČITI TEORIJSKI ASPEKTI U ISTRAŽIVANJU NASTAVE MATEMATIKE

VARIOUS THEORETICAL ASPECTS RESEARCH IN TEACHING OF MATHEMATICS

Milijana Milovanović, Daniel A. Romano, Vladan Todić

Rezime: Osnovno pitanje u ovom članku jeste kako se nositi sa raznolikošću i bogatstvom postojećih teorija pri podučavanju i učenju matematike. U okviru teme „Različite teoretske perspektive istraživanja u nastavi matematike od problema u predavanju do problema u istraživanju“, ukazaćemo na to zašto različitost teoretskih okvira predstavlja izazov za akademsku zajednicu matematičara, realizatora nastave matematike i istraživača matematičkog obrazovanja. Zatim, navešćemo neke važne aspekte i pitanja koja su nastala u diskusiji Radnih grupa na konferencijama ERME-a, (CERME 3 (2003) – CERME 6(2009)) kao što su: problem skrivenih pretpostavki, individualno/društveno dejstvo i izazov za konstruktivizam i pretpostavke vezane za prirodu matematičkog saznanja koje su ključne za analizu sličnosti i razlika među teoretskim pristupima. Biće riječi i o povezivanju tih teoretskih pristupa, odnosno o strategijama umrežavanja za povezivanje teoretskih pristupa, kao i o umrežavanju u različitim profilima.

Math.Subject Classification (2010): **97D20**

ZDM Subjekt klasifikacija (2010): **C60, A40, D20**

Ključne riječi: aspekti istraživanja matematičkog obrazovanja, principijelno-filozofski stavovi u istraživanju matematičkog obrazovanja, teorije matematičkog obrazovanja.

Abstract: *This article discusses the central question of how to deal with the diversity and the richness of existing theories in mathematics education research. In the framework “Different theoretical perspectives and approaches in research in mathematics education” we will indicate why diversity is a challenge for the academic community of mathematicians, mathematics education implementers and researches in mathematic education. Also, we will mention some important aspects and issues which have occurred in discussions of Working groups at conferences of ERME (CERME 3 (2003) – CERME 6(2009)) such as: problem of hidden assumptions, individual/social impact and challenge to constructivism and assumptions concerning the nature of mathematical knowledge that are crucial for the analysis of similarities and differences between theoretical approaches. To do this, we propose ways to structure building and discussing theories and we contrast the demand for integrating theories with the idea of networking theories.*

Key words: *aspects of research in mathematics education, principally philosophical propositions in mathematics education research, theory of mathematics education.*

Uvod

Teorija ili teoretiziranje je bitan proizvod istraživačke djelatnosti. Razvoj ove djelatnosti u području matematičkog obrazovanja doveo je do razvijanja važnih pojmova, teorijskih okvira, modela i metodoloških alata. U posljednje dvije dekade (preciznije od 1996. godine) u akademskoj zajednici matematičara, realizatora nastave matematike i istraživača matematičkog obrazovanja, sublimirana je potreba za determinisanje okruženja u kome bi konvergencija različitih teorijskih perspektiva u istraživanju matematičkog obrazovanja mogla da dovede do znatnijeg približavanja tih aspekata.

Ana Serpinska i Sefen Lerman su u svom članku „*Epistemologije za matematiku i matematičku edukaciju*” predstavili različite teorije koje postoje ili su u razvoju u naučnom domenu matematičke edukacije (Sierpinska & Lerman, 1996). Osim toga, u 1998, ICMI Studija pridodala je određeni broj važnih teorijskih pitanja, koja se odnose na ciljeve, objekte, specifična teorijska pitanja i rezultate istraživanja u matematičkoj edukaciji (Sierpinska & Kilpatrick, 1998). Slični pokušaji su napravljeni u istraživanju PME asocijacije: „*Apstrakcija: Teorije o nastanku struktura znanja*”, (Dreyfus & Gray, PME 26 (2002)) i „*Teorije matematičkog obrazovanja*” (English & Sriraman, PME 29(2005)). Sljedeći izvori na koje se pozivamo su izdanja Vol. 37 (6) (2005) i 38(1)(2006) časopisa ZDM u kojima je eksponiran dosegnuti nivo razvoja teorija matematičkog obrazovanja. Na kraju, istaknimo da u zbornicima radova sa CERME-a jedna od radnih grupa uvijek je posvećena „*Različitim teorijskim perspektivama i aspektima istraživanja matematičkog obrazovanja*” (CERME 4, wg 11; CERME 5, wg 11, CERME 6, wg 9). Ova nastojanja akademske zajednice rezultirala su 2010. godine monografijom „*Teorije matematičkog obrazovanja, potraga za novim granicama*” (Sriraman and English, eds.) a nastavljena na posljednjoj konferenciji ERME-a (CERME 7(2011), wg 16).

Pitanje razvoja teorijskog okvira se pokazuje kao neodložan i težak zadatak u području matematičkog obrazovanja, jer specifičnom fenomenu podučavanja i učenja matematike može se pristupiti na različitim nivoima i iz različitih perspektiva. Čak i površan pogled na podučavanje i učenje matematike, bilo unutar ili izvan školskog sistema, uz sagledavanje različitim kognitivnih nivoa, omogućava da se stekne uvid da:

- Istraživačka pitanja mogu da se razvrstaju na različite načine: prema matematičkim sadržajima, kognitivnim nivoima ali i predmetu istraživanja ili cilju istraživanja (teorijski i praktično);

- Postojeća istraživanja i teorijska znanja dolaze unutar ali i izvan matematičke edukacije (matematika, istorija obrazovanja, epistemologija, psihologija, sociologija, didaktika, itd.).

U istraživanju matematičke edukacije koriste se vlastiti teorijski pojmovi, okviri, modeli analiza i metodologije, ali i posuđene iz drugih naučnih domena (tj. matematička psihologija koristi alat psihološkog istraživanja, socijalna interakcijske alate socioloških istraživanja, itd.). Izučavajući ishode istraživanja,

kad su teorijski pojmovi i teorijski alati u pitanju, možemo ustanoviti barem dvije važne pojave: korištenje jednog termina sa različitim značenjima i izgradnja sličnih modela koje istraživači koriste paralelno. Iako bi se moglo tvrditi da su ti fenomeni očekivani, zbog složenosti pitanja o učenju matematike, očigledno je da je korištenje nedovoljno precizno determinisanih termina problematično u istraživanju matematikog obrazovanja (pogledati, na primjer, Romano (2010): *Metodika matematike – naučna disciplina ?*).

Slijedeći Steinerja⁹ (Sriraman & English, ZDM 2005 Vol. 37 (6)) i njegove kolege, ističemo pitanja koja se smatraju dominantnim u istraživanjima teorija matematičkog obrazovanja.

- Šta je uloga teorije u istraživanju matematičkog obrazovanja?
- Kako Stokesov model istraživanja¹⁰ u nauci može da se primijeni na istraživanje matematičkog obrazovanja?
- Koje su kurentno prihvaćene i naširoko korištene teorije učenja u istraživanjima matematičkog obrazovanja? Zašto su one popularne?
- Da li postoje dokazi o uticajima političkih struktura u korištenju i razvoju teorija matematičkog obrazovanja?
- Šta se dešava sa konstruktivističkom teorijom učenja?
- Uključivanje kognicije prisutno je na sceni posljednjih godina. Kakve su implikacije toga u istraživanjima matematičkog obrazovanja, podučavanja i učenja?
- Teorije modela i modeliranje privlače znatnu pažnju u ovim poljima posljednjih godina. Kakav je uticaj ovih teorija na istraživanje matematičkog obrazovanja, podučavanja i učenja?
- Kako sazajne teorije modu doprinijeti istraživanjima matematičkog obrazovanja?
- Da li postoji veza između istraživačevih ubjeđenja o prirodi matematike i njegovog preferiranja neke posebne teorije?
- Koje su implikacije trendova u teorijama učenja na buduća nastojanja istraživača matematičkog obrazovanja?
- U kojoj mjeri matematičke mjere imaju uticaja na školsku praksu?
- U kom pravcu bi trebalo da se usmjerimo u razvoju i aplikacijama teorija istraživanja matematičkog obrazovanja? Koji zahtjev pokreće matematičko obrazovanje naprijed?

Na sljedećih nekoliko stranica biće govora o koracima, odnosno pitanjima, kao što su: Kako razlikovati teorije? Zašto postoje različite teorije? Šta znači razraditi dalje teorije? Kako da se nosimo sa raznovrsnošću teorija?

⁹ Hans Georg Steiner (1928-2004)

¹⁰ O Stokesovom modelu istraživanja pogledati tekst Romano (2009): *Istraživanje matematičkog obrazovanja*

Evropska tradicija podučavanja i učenja matematike je pod uticajem velikog broja raznovrsnih teorija i teoretskih okvira. Namjera nam je da istražimo ovu raznolikost kao vrlo plodan izvor za razvoj identiteta humanističko-matematičkog domena „Problematika matematičkog obrazovanja“. Ta raznovrsnost se posmatra kao pokazatelj za posebne načine izgradnje i razvoja teorija, koji će ozbiljno uzeti u obzir složenost istraživačkih predmeta. Strategije poređenja, umrežavanja i integracije su sredstva za istraživanje te raznovrsnosti. Čini se da je potrebna meta-teorija, metod, metodološki princip ili lokalna strategija za posebno izgrađenu teoriju koja bi odgovarala složenosti predmeta istraživanja. S praktične strane, potrebna je stvarna saradnja različitih istraživačkih grupa sa različitim tradicijama sa zajedničkim ciljem – rad na takvoj meta-teoriji.

Procjenjujemo da bi međunarodna rasprava o načinima izgradnje takve teorije podstakla mnoge realizatore nastave matematike, ali i istraživače matematičkog obrazovanja, u nastojanjima da razumiju esencijalnu bit nastave matematike ali i kurentnih teorija kojima je višestruko, manje ili više dobro, pokrivena. Procjenjujemo da bi se tokom rasprave otvorila nova gledišta koja bi, ako ništa drugo, traganje za identitetom ove mlade naučne discipline nastavila da pokreće u pravcu u kojem veliki broj članova međunarodne zajednice matematičara, realizatora nastave matematike i istraživača matematičkog obrazovanja procjenjuje da bi trebalo da se kreće. To bi, procjenjujemo, ojačalo argumentaciju za posebnost ove discipline ali i ponudilo nove argumente da je razlikujemo od drugih „srodnih disciplina“.

Ovaj rad predstavlja nastavak istraživanja započetog radom čiji su autori Romano i Todić (2011). Tekst je, u prvom redu, pripremljen da bude prezentovan šarolikoj akademskoj zajednici nastavnika i saradnika studijskih programa za obrazovanje učitelja. Tekst je, takođe, namijenjen akademskoj zajednici matematičara, edukatora nastave matematike i istraživača matematičkog obrazovanja ali i ljudima iz drugih struka koje pretenduju da njihova istraživanja budu unutar domena „Istraživanja matematičkog obrazovanja“.

Problematika

U uvodnom članku za ZDM na temu teorija, Spiraman i English (2005) prenijeli su svoj utisak o raznovrsnosti teorija pri podučavanju matematike. Počevši od često ponavljane kritike da ovoj disciplini nedostaje fokus, da se same teorije često razilaze, da postoji stalna kriza identiteta (Steen, 1999), ovi urednici pozivaju na ambiciozni projekat „da se dobro razmotre mnogobrojne i raznolike matematičke teorije i da se izdvoje mogući pravci kuda bi se trebalo kretati u budućnosti“ (Sriraman & English 2005, str. 450). Ova dva izdanja ZDM-a je trebalo da „ponovo iniciraju diskusiju o kritičnoj ulozi teorija na budućnost našeg područja“ (ibid, str. 451).

Doprinosi ovoj diskusiji dale su radne grupe koje se bave teorijskim perspektivama u podučavanju matematike na konferencijama ERME-a, počevši od četvrte konferencije ERME-a u Španiji 2005. godine (pogledati: Artigue et al. CERME 4(2005)). U pojedinim slučajevima, ovi izvještaji prenose evropsko viđenje ove diskusije. Dakle, sasvim je prirodno pitanje: „Šta je to kritična uloga teorija našeg područja“? Opšta uloga teorija možda i nije tako kritična: čini se da postoji određena opšta saglasnost u ovoj naučnoj disciplini, da su teorije veoma bitne na mnogo različitih nivoa. Prvo, svako posmatranje je predvođeno teorijom. To znači da su teorije potrebne jer omogućavaju jeziku da prenese i priča o empirijskim pojavama i da istakne posljedice za praktični dio. Kao naučna disciplina, koriste se teorije pri izboru istraživačkih pitanja, pri izboru odgovarajućeg metoda i naročito za način na koji će rezultati biti interpretirani, a kasnije i integrisani u šire argumentovane kontekste. Bishop opisuje teoriju kao rezultat istraživanja, a teoretisanje je njegov osnovni cilj: „Teorija je način na koji predstavljamo znanje i razumijevanje koje proizilazi iz bilo kojeg istraživanja. Teorija je osnovni proizvod istraživačke aktivnosti, a teoretisanje je stoga njegov osnovni cilj”. (Bishop 1992. str. 711)

Nije bitno da li je potrebna teorija ili koja je teorija potrebna. Umjesto toga, bitno je kako se nositi sa raznovrsnošću mnogobrojnih, pomalo kontradiktornih teorija, koje se djelimično i preklapaju sa povezanim, raznovrsnim opisima pojmova za slične pojave. Ovom problemu se pristupa u nekoliko koraka koji su odgovor na pitanja:

- Kako razlikovati teorije?
- Zašto postoje različite teorije?
- Šta znači razraditi dalje teorije?
- Kako se nositi sa raznovrsnošću teorija?

Kako razlikovati teorije?

Jedna od karakteristika matematičkog obrazovanja u zemljama Evropske unije je što se operiše sa ogromnim brojem različitih teorija, istraživačkih paradigmi i teoretskih okvira.

Ogromna različitost teoretskih okvira već počinje sa heterogenošću onog što zovemo teoretski okvir ili teorija po različitim istraživačima različitih tradicija. Na listi eksplicitno navedenih teorija postoje istraživačke paradigme, osnovne i detaljne opšte teorije kao i lokalni konceptualni alati, sa različitim prilikama i pozadinama. Utiče, takođe, i na način na koji svaka teorija konceptualizuje i ispituje matematičke aktivnosti i obrazovne procese kao i na tip rezultata koje može obezbijediti. Ova različitost predstavlja izazov za zajednicu iz različitih razloga.

Često se sam pojam „teorija” koristi na mnogo različitih načina. Mason i Waywood (1996) razlikuju tri vrste pojma teorije: Teorija je:

- „organizovani sistem prihvaćenog znanja koje se primjenjuje u raznim okolnostima da bi objasnilo specifičan skup pojava kao 'tačne i u praksi i u teoriji'”;
- hipoteza ili mogućnost kao što je koncept koji još nije potvrđen, ali ako se potvrdi da je tačan, objasnio bi određene činjenice ili pojave;
- vjerovanje koje utiče na ponašanje.

Ono što je zajedničko pri upotrebi riječi „teorija” jeste da je to ljudska sposobnost stvaranja smisla pri pružanju odgovora na pitanja: „Zašto, kako, šta? Kako to stvaranje nastaje je samo po sebi subjekat teoretisanja. „Da bi se razumjela uloga teorije u programu istraživanja, moramo razumjeti i stvari koje se ispituju i šta se računa kao odgovor na ta ispitivanja”. (Mason & Waywood 1996. str. 1055)

Na osnovu prvog shvatanja teorije, Mason i Waywood razlikuju određene uloge teorije:

17. prvobitne teorije,
18. teorije pozadine i
19. implicitne teorije.

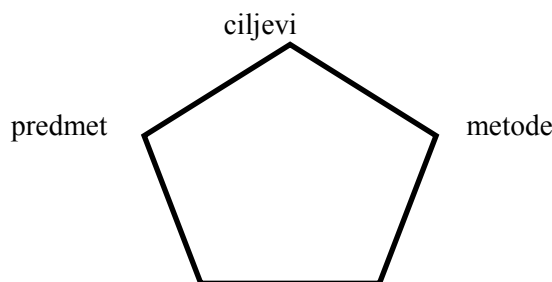
Pošto se ispostavilo da je ovo razlikovanje teorija korisnije za diskusiju o teorijama nego za potragu za tačnom definicijom, ističe se sljedeće:

(1) *Prvobitne teorije* su, uglavnom, lokalne teorije u podučavanju matematike: „Proces postavljanja pitanja i odgovaranja na ta pitanja rezultira određenim teoretisanjem. Ove teorije ćemo zvati prvobitne jer prvobitni cilj kod podučavanja matematike jeste šta se desilo i šta može da se desi u okviru obrazovnih institucija i van njih”. (ibid, str. 1056) Ponekad za ovaj pristup istraživanju matematičkog obrazovanja kažemo da je *intuitivan pristup*;

(2) S druge strane, *teorija pozadine* je (uglavnom) stalni principijelno-filozofski stav o podučavanju matematike koji „igra važnu ulogu u razmatranju i definisanju toga kakvi objekti bi trebalo da se izučavaju. Teorije pozadine povezuju objekat, ciljeve i rezultate istraživanja, uključujući i ono što čini istraživačka pitanja, metode i situacije – sagledane iz ugla samog istraživača ”. (Mason & Waywood 1996. str. 1058)

Većina teorija o i u okviru podučavanja matematike dijeli istraživački objekat do određene tačke: tu se sad radi o podučavanju matematike i usvajanju matematičkih znanja. A ona se razlikuju po situacijama u kojima se posmatraju, šta je tačno u tim situacijama obuhvaćeno teorijom, razlikuju se po metodama za dobijanje rezultata po kojima se dalje izgrađuje teorija, i po ciljevima. (Vidjeti sl.

1)



situacija

pitanja

Slika 1: Aspekti istraživanja i teorije
(Preuzeto iz: Angelika Bikner-Ahsbahs and Susanne Prediger (2006))

Pošto, npr. ne ubrajamo metode kao dio teorije pozadine, onda preferiramo termin aspekata istraživanja i teorije. Na postojeća četiri aspekta istraživanja (ciljevi, predmet, metode, situacije), koje su odredili Mason i Waywood (1996), Angelika Bikner-Ahsbahs i Susanne Prediger dodale su tipove pitanja koja se smatraju relevantnim (Angelika Bikner-Ahsbahs and Susanne Prediger (2006)) jer je poznato iz više obrazovnih i komparativnih istraživanja o naučnim kulturama da pitanja koja se smatraju relevantnim formiraju važan dio naučne kulture svake istraživačke grupe i zajednice (Vidjeti: Arnold i Fisher, 2004).

(3) Pored ovih istraživačkih i teorijskih aspekata, svaka teorija se zasniva na epistemološkim i metodološkim idejama, kao i na principijelno-filozofskim idejama o prirodi i cilju obrazovanja, o prirodi matematike i njenog podučavanja. Pošto se ove „filozofije u podučavanju matematike” često podrazumijevaju, Mason i Waywood ih klasifikuju kao *implicitne teorije* i naglašavaju da nije nužno da formiraju stalan korpus uvjerenja.

Upravo ova nepotpunost i moguća nekonzistentnost nas navode da izaberemo termin „ideje”, a ne „teorije” za odlomke zasnovane na filozofskom stajalištu. Za skup ideja, preferiramo izraz filozofsko stajalište i smatramo ga mogućim dijelom teorije pozadine koja bi trebalo da postane eksplicitna. Teorija pozadine i njeno filozofsko stajalište se duboko prepliću. Npr. izbor teorijskog gledišta na predmet i posmatranu situaciju utiču na ciljeve, postavljena pitanja i na aktivirane metode. I obrnuto, predmeti, situacije, ciljevi, pitanja i metode, često sugerišu određenu teorijsku perspektivu. Dalje, različita gledišta su duboko povezana sa epistemološkim i metodološkim tačkama gledišta koje oblikuju sastavni dio filozofskog stajališta. Usvajanje gledišta društvenog konstruktivizma na matematičko znanje, npr. obično se zasniva na ideji da je znanje društveno ustanovljeno (npr. Krummheuer, 1995). S druge strane, usvajanjem konstruktivističkog gledišta polazi se od filozofske ideje da je znanje uglavnom individualno (npr. Harel & Lim, 2004). Upotreba semiotičkog gledišta na matematičko znanje obično podrazumijeva da je ono sastavljeno iz specifičnih semiotičkih znakova (npr. Hoffmann & Roth, 2004). Očigledno, ova razlika između tri različita gledišta (društveni konstruktivizam, konstruktivističko gledište i semiotičko gledište) nije potpuna; takođe postoje i kulturno, društveno – kulturno, institucionalno, sistematično, matematičko, epistemološko, psihološko, društveno, individualno, i mnoga druga gledišta. Ta gledišta se mogu upotrijebiti na raznim nivoima klasifikacije i mogu se preklapati, kao što je prikazano na slici 2.

Šta se zapravo podrazumijeva pod terminom *gledište*? Latinska riječ „perspicere” znači *gledati kroz nešto ili vidjeti nešto*. Stoga, usvajanje određenog gledišta znači gledati nešto na poseban način ili iz posebnog ugla. Pa tako ako uzmemo društveno gledište, onda gledamo na situaciju kao na društveni događaj. Usvajanjem gledišta usmjeravamo pogled ka nekoj stvari na poseban način. Međutim, ako koristimo posebno teorijsko gledište onda nešto posmatramo iz posebnog teorijskog ugla: interaktivno gledište nas obavještava da se neka vrsta interakcije odvija u teoriji pozadine.

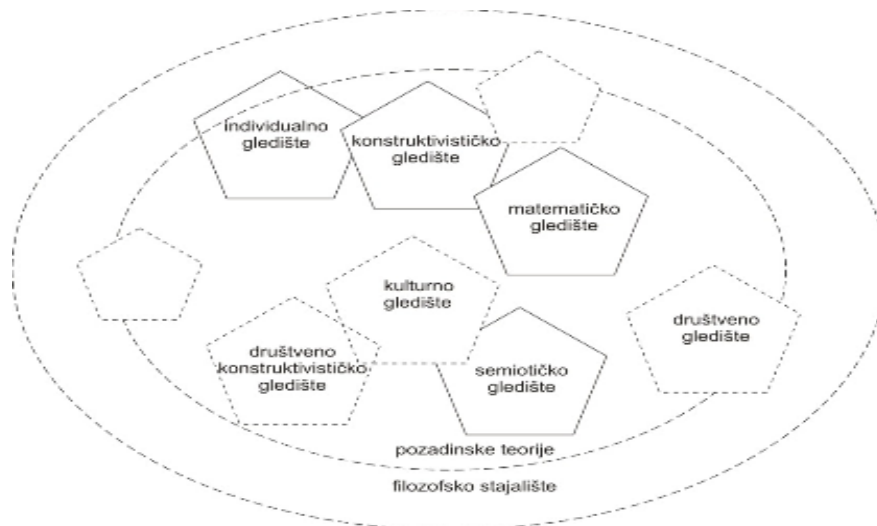
Zanimljiv primjer važnosti gledišta dali su Even i Schwarz (2003), Arzarello, Robutti, Sabena (CERME 5(2007))¹¹ i Artigue, Bosch, Gascón & Lenfant (CERME 6(2009))¹²: Istraživači su analizirali iste podatke sa dva različita teorijska gledišta. Oni su pokazali da usvajanje određenog teorijskog gledišta znači nametanje određenih pitanja koja imaju smisla samo u okviru njihove teorije pozadine. Takva pitanja su prožeta određenim pogledom na situaciju. Promjena teorijskog gledišta može da znači promjenu istraživačkih pitanja i istraživačkog objekta u isto vrijeme.

U izvještaju radne grupe posvećene različitim teorijskim perspektivama sa pete konferencije ERME-a (Arzarello et al. CERME-a 5 (2007)) istaknuto je da „veliki broj različitih teorijskih okvira počinju sa različitim poimanjem terma ‘teorijski okvir’”. Ova raznolikost predstavlja izazov za akademsku zajednicu iz sljedećih razloga: (1) *Problemi međusobnog komuniciranja* (istraživači iz različitih teorijskih okvira imaju počesto poteškoće u međusobnom razumijevanju); (2) *Problemi sa integracijom empirijskih rezultata*; i (3) *Problemi sa procjenjivanjem naučnog progressa*.

Dijagram na slici 2 predstavlja mnogobrojna gledišta. Trenutno istraživanje može da se fokusira na neka od njih, ali ne na sve. Neka gledišta se preklapaju ili probijaju kroz druga, neka su izričito smještena u okviru teorije pozadine, dok druga gledišta još imaju implicitne dijelove. Vjerovatno postoje i neka gledišta koja nisu dosad ni imenovana. Ova raznolikost gledišta se ogleda u teoriji pozadine (teorijama). Granice pozadinske teorije i filozofskih stajališta se smatraju rasplnutim i propustljivim.

¹¹U ovom izvještaju upoređivanu su okviri ATD (*Anthropological Theory of the Didactic*) i APC-s (*Space of Action-Production-Communication model*).

¹² Analiziran je dijalog između TDS (*Teory of Didactic Situation*) i ATD.



Slika 2: Raznolikost gledišta

(Preuzeto iz: Angelika Bikner-Ahsbahs and Susanne Prediger (2006))

Filozofsko stajalište ne mora da se podrazumijeva, naprotiv istraživači bi uvijek trebalo da teže da svoje implicitno stajalište učine što je moguće eksplicitnijim. Ova tvrdnja nije ništa novo: to je npr. osnova diskusije na polju filozofije podučavanja matematike (vidjeti npr. Ernest, Prediger i Viggiani-Bicudo, 2006)¹³. Proces pretvaranja implicitne osnove, teorije pozadine, u eksplicitn je važan način sazrijevanja teorija (vidjeti ispod). Zatim, mnogi aspekti filozofskog stajališta mogu postati dio samo teorije pozadine ako ih ona eksplicitno stvara i opravdava.

S druge strane, slažemo se sa Masonom i Waywoodom o važnom uticaju subjektivnih, često implicitnih teorija istraživača. Međutim, pažnja koja se posvećuje dijelovima implicitne teorije trebalo bi da se posveti i svim aspektima subjektivnih teorija. Ovo se ne odnosi samo na filozofska stajališta, nego i na uvjerenja o vrijednostima teorija, ciljeva. Ove subjektivne teorije i njihov uticaj na istraživanje bile bi zanimljiv predmet empirijskih istraživanja (npr. u okviru istraživačkog programa „Subjektivne teorije”, predložene od strane Groeben et al. 1988) jer do danas, predavanja o implicitnim teorijama u podučavanju matematike imaju više filozofsku, nego empirijsku osnovu.

Razlika između prvobitne i teorije pozadine, koju su dali Mason i Waywood (1996), nije objektivna i vremenski nezavisna za karakterisanje teorija. S druge strane, status nekih dijelova može da se mijenja od prvobitne do teorije pozadine ili obrnuto, u okviru istraživačkog procesa.

¹³O filozofijama matematičkog obrazovanja pogledati Ernestov tekst: *Šta je filozofija matematičkog obrazovanja*, IMO, Vol. II (2010), Broj 2, 11-20

Povrh svega, razlika između prvobitne i teorije pozadine je pomoćno sredstvo za opisivanje i kod poređenja različitih teorija i njihovih funkcija u istraživanjima, pošto možemo opisati prvobitne teorije u odnosu na važne aspekte njihove teorije pozadine. Na prvi pogled prvobitne teorije mogu da se razlikuju na osnovu svojih predmeta koji se dalje razlikuju po veličini (da li su individualni ili grupni), funkcijama (da li podržavaju učenje ili ometaju učenje), vrsti (da li su u pitanju kognitivni procesi, društveni procesi, znaci razlika), itd. Ali, da bi se razumjela sama suština razlika, potreban je još jedan pogled na teoriju pozadine. Tim se može otkriti da se različite vrste pitanja smatraju važnim, kao pitanja koja se odnose na razliku između promjene i stabilnosti orijentacije za teorije o učenju učenika (vidjeti: Ulich 1976), ili da fundamentalno različiti ciljevi vode proces istraživanja, tako što pomažu učenicima da oblikuju svoj koncept, s jedne strane, i opisuju oblikovanja učeničkog koncepta na svakodnevnoj nastavi, s druge strane.

Ovim se vraćamo na klasičnu razliku koju je predstavio Dilthey¹⁴ (1883) u okviru opštih nauka, a odnosi se na razliku između *objašnjavanja* (kao analize svakodnevnih odnosa) i *razumijevanja* (kao detaljnog opisa i specifikacije čula). Mi razlikujemo:

- teorije čiji je cilj da *objasne* pojavu u konkretnim uslovima i funkcijama ili uzrocima i
- teorije čija je namjera da pažljivije analiziraju složene pojave i njihove veze i da ih *opišu* putem dobro definisanog korpusa koncepata (vidjeti Schoenfeld's standarde za razlikovanje teorija (Kadijević 2005, Schoenfield 2008)).

Dok se opisnim i teorijama objašnjenja žele da analiziraju empirijske pojave, *propisne* teorije formulišu propozicije na osnovu kojih se vidi kakva bi realnost trebalo da bude. Npr. Heimanova teorija (Heyman 2003) opšteg obrazovanja objedinjuje empirijske rezultate, ali to je, uglavnom, normativna teorija o tome kako bi učenici trebalo da uče na časovima matematike. Mnogi didaktički pristupi koji govore o tome kako bi okruženje za učenje trebalo da izgleda imaju propisani karakter. Međutim, ove različitosti ne mogu da ponude razdvojenu klasifikaciju.

Interesantan i veoma inspirativan pristup shvatanju konglomerata *teorija* izložio je Luis Radford 2008. godine (Radford 2008, Radford 2009). Na teorije u matematičkoj edukaciji možemo gledati kao na triplet $\tau = (P, M, Q)$, gdje je *P* jedan sistem baznih principa „koji podrazumijeva implicitan aspekt i eksplicitne tvrdnje da opiše granice onoga što se smatra univerzumom diskursa adaptirajući istraživačke perspektive” (Radford 2008, pp. 320); *M* metodologija podržavana sa *P*; a *Q* je familija paradigmatičkih istraživačkih pitanja.

Zašto postoje različite teorije?

¹⁴ Wilhelm Dilthey (1833 – 1911)

Kad god se vodi razgovor o raznolikosti teorija, iskrsne pitanje: „Zašto postoje različite teorije matematičkog obrazovanja?”

Jedno od mogućih objašnjenja za prisustvo mnogobrojnih teorija za podučavanje i učenje matematike jeste različito epistemološko viđenje onoga šta čini matematičko znanje. (O aspektima matematičkih znanja i matematičko-metodičkih kompetencija sa epistemološkog aspekta pogledati tekst Romano 2010: *Matematika, Metodika matematike i Istraživanje matematičkog obrazovanja – tri srodna a tako različita domena* u kojem autor pravi distinkciju između paradigmi: *Školska matematika, Matematička znanja neophodna realizatorina nastave matematike, Metodička znanja neophodna realizatorima nastave matematike i humanističko-matematička znanja o problemima razumijevanja učenja i podučavanja matematike*). Drugo moguće objašnjenje je da je podučavanje matematike, za razliku od „čistih” disciplina u nauci, pod velikim uticajem kulturnih, društvenih i političkih okruženja u kojima se realizuje nastava matematike”. (English i Sriraman 2005. str. 452).

Evropski primjer pokazuje da se oba aspekta dosta prepliću, jer upravo se kroz teorije pozadine i različita filozofska stajališta ogleda razlika između tradicija različitih narodnih ili regionalnih zajednica (vidjeti: Artigue et al. CERME 4 (2005)). Pored ovih tradicionalnih regionalnih razlika, oduvijek postoje različiti prioriteti u činjenju eksplicitnim prvobitne teorije, teorije pozadine i njihova filozofska stajališta, kao i vrlo različiti stepeni eksplicitnosti za svaki od tih dijelova.

Ova složena raznolikost je vidljiva u (često kritikovanom) postojanju mnogih različitih i dijelom inkompatibilnih teorija. Nasuprot ovoj kritici, znatan broj istraživača matematičkog obrazovanja smatra da ta raznolikost nije mana, već posebna karakteristika našeg polja istraživanja: *Raznolikost je bogatstvo!* Kada bismo to razumjeli kao jedan pokazatelj složenosti i kao transdisciplinarni karakter naših predmeta istraživanja, ne bismo težili ka tome da smanjimo tu složenost. Umjesto toga, stečeno bogatstvo bi trebalo bolje da se istraži.

Neki aspekti i pitanja koja se pojavljuju

Iako je odabrana matematička epistemologija ključni element bilo kog pristupa, takođe je važno, kao što Steiner ističe, shvatiti ih ne kao „vjerovanje“ ili „normu“ koju treba pratiti, već kao naučne modele koji će evoluirati i biti modifikovani u skladu sa njihovom produktivnošću u objašnjavanju didaktičkih fenomena. Stepem elaboracije specifičnih epistemoloških modela (ili matematička filozofija) takođe diferencira matematičke edukacijske pristupe od onih opštijih, koji dolaze od psiholoških ili socijalnih perspektiva.

Još jedan važan nivo osnovnih pretpostavki tiče se prirode znanja i učenja, da li je konstruisano individualno ili socijalno. Na CERME 4, o ovoj razlici je diskutovano kao o važnom aspektu koji čak može učiniti integraciju teorija

nemogućom (vidjeti: Artigue et al. CERME 4 (2005)). Na petoj konferenciji ERME-a, 2007. godine, vidjeli smo pokušaje nove konceptualizacije individualno-socijalne uzajamnosti: Terese Doodley (CERME 5(2007), 1658-1667) je predstavila studiju o konstrukciji podijeljenog znanja bez teorija o socijalnom učenju, Ajvi Kidron i saradnici (CERME 5(2007), 1708-1724) su predstavili združeni rad sa upoređivanjem različitih uloga koje socijalna interakcija može odigrati u okviru tri različite teorije, a Radford (CERME 5(2007), 1782-1797) izaziva konstruktivizam dizajnirajući „kulturalnu teoriju učenja“.

Antropološka teorija didaktike se takođe koristi u tekstu Ester Rodríguez, Mariane Bosch i Josefa Gascóna (CERME 7(2005), 1798-1807) kako bi se konstatovalo kako klasični problem metakognitivnih strategija predavanja u matematici može biti formulisan u uslovima, s jedne strane, prelaz sa tzv. nivoa *point-level* na lokalne ili regionalne nivoe matematičke prakseologije i, s druge strane, različita podjela odgovornosti između učitelja i učenika / studenata kao što je klasično navedeno u trenutnom didaktičkom ugovoru¹⁵. Stoga, problem kako se u prošlosti pristupalo iz kognitivne perspektive može biti pretvoren u problem uslova i prepreka za didaktičku i matematičku prakseologiju u školi.

Ova „nesamjerljiva“ perspektiva može se pojasniti kada se nekoliko perspektiva o istom praktičnom pitanju uzmu u obzir. Kristofer Bergsten (CERME 5(2007), 1638-1647) je uporedio tri različite perspektive koje se tiču pitanja kojima je pristupljeno, metode i empirijske dokaze koji su korišteni i zaključke i implikacije navedene u svakom od slučajeva. On je u okvirima tri pristupa (APOS teorija, ATD teorija i konceptualni aspekt) napravio analize istraživanja matematičkog pojma granične vrijednosti.

Studije koje se tiču različitih pristupa sličnim pitanjima ili podacima pribavljaju više dokaza navedenim razmatranjima. U slučaju socioloških perspektiva u matematičkom obrazovanju, rad Uwe Gellert (CERME 5(2007), 1668-1677) se sastoji od upoređivanja validnosti i važnosti analiza koje dolaze od makro i mikro nivoa kada se primijene na jedinstven skup dokaza. Različite interpretacije i razumijevanja istog naloga javljaju se odmah: mikro-sociološka analiza opisuje pojavu uvjerljivih argumenata u toku, dok na makro-sociološkom nivou, razlike između situacija i njihovo priznanje od strane studenata (a zatim korišćenje svakodnevnog znanja, ili logičko-matematičke misli) imaju važnu ulogu.

Dalji razvoj teorija

Sriraman i English (2005. npr. str. 453) objašnjavaju tvrdnju da bi teorije u podučavanju matematike trebalo dalje razvijati. To, u mnogo čemu, zavisi od

¹⁵ Misli se na didaktički ugovor kao značajan element realizacije nastave matematike unutar Teorije didaktičkih situacija.

osobina samih teorija jer se teorije objašnjenja i opisne teorije razvijaju drugačije od propisnih.

Teorije koje imaju empirijsku osnovu razvijaju se u spiralnom procesu empirijskih analiza i izgradnje teorije. Npr. Bikner-Ahsbas (2005) počinje da razvija teoriju o gusto-interesnim situacijama sa prvom konceptualnom komponentom u kontekstu teorije pozadine. Zatim, analiza podataka vodi do prve hipoteze koja se dalje može testirati kroz analizu podataka. Dobijaju se nove hipoteze, itd. U ovom spiralnom procesu između razvoja teorije i empirijskih analiza i testiranja, promjenljive komponente se sistematski razvrstavaju. U ovom uzastopnom lancu izgradnje koraka, imamo gubitke i dobitke: dok su informacije o predmetu istraživanja izgubljene, teoretske propozicije su uspješno realizovane.

U poređenju sa takvim procesima koji imaju empirijsku osnovu izgradnje teorije, razvoj propisnih teorija (npr. Prediger, 2004) se karakteriše više argumentovanim vezama sa drugim elementima teorije i sa uzastopnim stvaranjima filozofske osnove eksplicitnom, mada empirijsko predstavljanje i važnost nastave u učionicama igraju važnu ulogu kao kriterijumi za relevantnost i prihvatanje.

Pored ovih načina razvoja teorije, nameće se pitanje pravca u kom bi teorije mogle, ili bi trebalo, da se razvijaju. Po našem mišljenju, o ovom pitanju bi trebalo da se raspravlja na sastancima akademske zajednice matematičara, realizatora nastave matematike i istraživača matematičkog obrazovanja.

Bitna su tri pravca:

- *empirijsko polje*: Formalne prvobitne teorije imaju široko empirijsko polje. One karakterišu empirijske pojave na globalnom nivou i često ne mogu tačno da se konkretizuju kroz empirijske primjere (Lamnek, 1995. str. 123). S druge strane, lokalne i *kontekstualizovane teorije* imaju ograničeno polje, ali njihovi iskazi se mogu lakše konkretizovati uz pomoć empirijskog sadržaja (vidjeti: Krummheuer 2001. str. 199). Ova blizina empirijskih pojava navela je Krummheuera da uzme kontekstualizovane teorije kao odgovarajuću pozadinu kojom će se voditi nastava u školama. Međutim, razvijanje lokalnih teorija s ciljem povećanja njihovog empirijskog polja, može da bude i važan pravac razvoja samih teorija.
- *stepen zrelosti*: Ako pođemo od (gore obrazložene) tvrdnje da dobra teorija treba da stvara svoje pozadinske teorije i da svoju filozofsku osnovu (naročito svoje epistemološke i metodološke temelje) učini što eksplicitnijom, onda se zrelost teorije može mjeriti stepenom eksplicitnosti: što su više implicitne pretpostavke naglašene i što više dijelova filozofske osnove čini eksplicitne dijelove pozadinske teorije, to ćemo teoriju više smatrati zreloom.
- *povezanost*: Nauka se zasniva na argumentima i međusobnoj povezanosti (Fischer 1993). To se, na primjer, može realizovati utvrđivanjem odnosa među povezanim teorijama, i to isticanjem zajedništva i razlika. Stoga, utvrđivanje argumentovane povezanosti je još jedan važan pravac razvoja teorija.

U mnogim diskusijama naučne zajednice o teorijama često se pojavljuje pitanje da li postoji više pravaca razvoja i da li možemo formulirati standarde za

stepene razvoja teorije. Schoenfeld (2008) predlaže osam standarda za procjenu teorija: (I) *opisna moć*; (II) *moć obrazlaganja*; (III) *polje*; (IV) *moć predviđanja*; (V) *strogost i specijalnost*; (VI) *replikabilnost*, (VII) *opštost i povjerenje*; i (VIII) *mnogobrojni izvori dokaza* (triangulacija). Ne odgovaraju svi ovi standardi svakoj teoriji, ali mogu da daju određenu orijentaciju u kom pravcu bi trebalo da se razvija teorija.

Kako dalje razvijati teorije nije usamljeno pitanje koje dovodi do razilaženja u istraživanjima. Ono se fundamentalno prepliće sa pitanjem kako će se istraživačka zajednica, kao cjelina, sa svojim mnogobrojnim različitim teorijama, dalje razvijati. U vezi sa ovim drugim pitanjem daleko od toga da je sve jasno. Smatramo da je to pitanje ključna tačka za našu disciplinu.

Kako da se nosimo sa raznovrsnošću teorija?

Na osnovu prihvatanja širokog spektra raznih teorijskih okvira kao važnog *izvora*, umjesto prihvatanja istog kao mane, radna grupa CERME-a raspravljala je na temu kako se nositi sa raznolikim teorijama. Predložene su i razmatrane razne strategije (videti: Artigue et al. CERME 4(2005)). Ovdje ćemo razraditi sljedeće ideje:

- sjedinjavanje,
- integracija,
- takmičenje i poređenje i
- umrežavanje

Klasičan odgovor na pitanje kako se nositi sa raznovrsnim teorijama jeste da je potrebno *sjediniti* teorije. Ovo može biti vrlo korisno za lokalne teorije koje se bave istim pojavama i jednakim pozadinskim teorijama, ali koriste različite konceptualne sisteme za opisivanje istih pojava. U takvom slučaju, može biti od pomoći sjedinjavanje teorija da bi se prevazišla nepotrebna raznolikost sličnih pristupa. S druge strane, činjenica da mnoge druge teorije rade sa kontradiktornim pozadinskim teorijama i nekompatibilnim filozofskim stajalištima pokazuje da je niti moguće niti poželjno sjediniti sve teorije. Sjedinjavanje svih teorija bilo bi moguće jedino ako bi postojala zajednička osnova i jedno zajedničko gledište. Jedan takav primjer može se naći u tekstu Arzarello, Bikner-Ahsbahs, Sabena: *Complementary Networking: Enriching Understanding*; CERME 7 (2011), wg7, pp. 1-12 gdje su analizirali mogućnost sjedinjavanja aspekta 'Interesno-gustih situacija i njihovog epistemološkog procesa s jedne strane, i 'Semiotic bundle perspective' s druge strane. U tom tekstu ponudili su analiziranje eksponencijalne funkcije 10^x sa oba aspekta. Ali jedna jedina osnova za čitavu disciplinu ne bi bila odgovarajuća zbog složenosti istraživačkih predmeta.

Integracija je ime za strategiju koja obećava i koja ne cilja ka jednoj sjedinjenoj teoriji, već umjesto toga pokušava da kombinuje mali broj lokalnih teorija sa odgovarajućim (i ne nužno jednakim) pozadinskim teorijama i

gledištima. Uvjedljiv primjer jeste Steinbringov pristup integraciji epistemološkog i društvenog gledišta u vezi sa razvojem izgradnje matematičkih koncepata (Steinbring, 2004). Ova strategija pomaže istraživanju raznolikog polja na produktivan način. S druge strane, bilo bi opasno kombinovati različite dijelove nekompatibilnih teorija u proizvoljno „skrpljene” teorije. Ako su pozadinske teorije kontradiktorne, onda postoji posebno velika opasnost od dobijanja protivrječnih teorijskih dijelova bez povezanih filozofskih stajališta. Primjer integracije dva pristupa izložen je u tekstu Christer Bergsten and Eva Jablonka: *Interpreting students' reasoning through the lens of two different languages of description: integration or juxtaposition?* CERME 7 (2011), wg7, pp. 13-22. U tom tekstu objedinjeni su psihološki i sociološki pristupi pri analiziranju ponašanja tri različite funkcije u graničnim procesima $x \rightarrow 0$ i $x \rightarrow \infty$. Kod integracije teorija, neophodno je provjeriti kompatibilnost pozadinskih teorija i učiniti jasnim kako ta kompatibilnost može da se okarakteriše.

Da bi se ozbiljno uzela u obzir složenost i transdisciplinarnost našeg polja, *takmičenje i poređenje* među strategijama može da bude interesantno. Na primjer, tretiranjem istog skupa podataka sa nivoa različitih teorija, sličnosti i razlike teorija mogu da se odrede uz poštovanje raznolikosti. Jedan primjer za ovaj pristup dali su Even i Schwarz (2003). Oni su istražili iste podatke o situaciji u učionici s kognitivne tačke gledišta, s jedne strane, i sa druge strane sa tačke gledišta teorije aktivnosti. Željeli su da razjasne šta se dešava kod neuspješnog procesa učenja i zašto. Analize sa kognitivne tačke gledišta pokazale su da je za učenike „upotreba mnogobrojnih načina za rješavanje problema kognitivna prepreka...” (Even i Schwarz 2003. str. 295). Analize aktivnosti i motiva i ciljeva aktivnosti bacile su svjetlost na situaciju iz drugog ugla: učenici i nastavnik su učestvovali u različitim aktivnostima ili drugim riječima, „učnički način učestvovanja u nastavi razlikovao se od onoga koji je nastavnik želio” (Even i Schwarz 2003. str. 308). Iako su radili na istim podacima i sa istim ciljem analize, dvojica istraživača vođena su sa dva različita tipa istraživačkih pitanja i stoga su imala dva različita komplementarna ishoda. Even i Schwarz su došli do zaključka da je situacija u učionici „previše složena da bi se posmatrala samo sa jedne tačke gledišta” (Even i Schwarz 2003. str. 309). Ovaj primjer pokazuje kako strategija može produbiti naše shvatanje teorija, uzimajući u obzir njihove prednosti i mane.

Radna grupa za teorije CERME-a (Artigue et al. CERME 4(2005)) smatra strategiju *umrežavanja*, strategijom koja možda najviše obećava. Glavna ideja ove strategije je da ispita raznovrsnost pristupa konstruktivno, prije svega analizirajući iste pojave sa komplementarnih tački gledišta. Ovim se postiže i *takmičenje* i *poređenje*, ali i *integracija* lokalnih teorija. Dopunsko ili integrativno shvatanje pojave proizvodi dublje ili sveobuhvatnije shvatanje pojave, posebno ako su uključene više od dvije teorije.

Da bismo razumjeli šta umrežavanje teorija znači, opet ćemo pogledati analize Even i Schwarz (2003). Uzećemo ovaj projekat kao polaznu tačku da bismo

objasnili strategiju umrežavanja van granica poređenja i takmičenja. Posredstvom strategije umrežavanja pokušaćemo da popunimo naše razumijevanje sve više i više upotrebom dodatnih gledišta. Interaktivno gledište bi nam vjerovatno pokazalo kakav interaktivni obrazac za pokretanje aktivnosti bi nam bio potreban. Semiotičke analize bi nam mogle kazati nešto o procesu stvaranja znakova i njihovim epistemološkim problemima i preprekama. Teorija konflikta bi nam mogla reći nešto o postojećem konfliktu u razredu. Teorija razmjene bi, vjerovatno, dala informacije o kakvoj se koristi i gubicima radi: koje koristi, a koje gubitke nastavnik i učenik imaju od održavanja te situacije. Korak po korak popunili bismo i produbili naše shvatanje empirijske situacije.

U početku, takve analize sa raznih tački gledišta dovele bi do komplementarnih opisa iste situacije, na taj način bi se pokrenula nova pitanja: Da li je spoznajni problem učenika u razredu razlog nastanka različitih vrsta aktivnosti u kojima učestvuju i učenici i nastavnici ili obrnuto? Da li su rezultati koje su Even i Schwarz posmatrali dobijeni uzajamnom međuzavisnošću? Da li postoji neko gledište koje nam može pomoći da odgovorimo na ova pitanja? Da li bi možda interaktivna analiza zajedno sa analizom koristi i gubitaka bila pogodna? Ova pitanja pokazuju da je umrežavanje više od proste integracije ili poređenja.

U tekstu *Comparing theoretical frameworks in didactics of mathematics: The GOA-model*, CERME 7 (2011), wg7, pp. 143-153 Carl Winsløw sa Univerziteta u Kopenhagenu ponudio je jedan lokalni meta-model „Epistemic systems – the GOA model” koji omogućava upoređivanje i (djelimično) pokrivanje teorijskih aspekata ‘*The theory of didactical situations*’, ‘*The anthropological theory of didactics*’ ‘*Socio-constructivist theory of mathematics learning*’ i ‘*The cognitive-semiotic theory*’.

Čak i ako ne dobijemo zadovoljavajuće jednostavne odgovore o određenim situacijama, mogli bismo da bolje razumijemo uzajamne međuzavisnosti u okviru nastavne jednice i vjerovatno bismo mogli naučiti nešto o uticaju malih promjena na procese predavanja i učenja.

Ali mogli bismo naučiti i više. Strategiju umrežavanja ne mogu da obave istraživači koji potiču iz iste istraživačke kulture. Rad na umrežavanju teorija znači i izgradnju mreža istraživačkih grupa. Da bi se razumjeli, istraživači iz različitih kultura biće primorani da svoja filozofska stajališta učine sve eksplicitnijim. Stoga, rad na umrežavanju teorija će nam pomoći da razvijemo sopstvene teorije i, nadamo se, dovesti nas do takvog razvoja teorija koje će više i bolje odgovarati složenosti naših istraživačkih predmeta nego prije.

Zaključak

Evropska tradicija podučavanja matematike je pod uticajem velikog broja raznovrsnih teorija i teoretskih okvira. *Naša strategija je da istražimo ovu raznovrsnost kao, prije svega, vrlo plodan izvor za razvoj identiteta naše*

discipline. Mi tu raznovrsnost posmatramo kao pokazatelj za neophodne posebne načine izgradnje i razvoja teorija, koji će ozbiljno da uzmu u obzir složenost naših istraživačkih predmeta. Dakle, strategije poređenja, takmičenja, umrežavanja i integracije su pomoćna sredstva za istraživanje te raznovrsnosti.

Stoga su nam potrebni meta-teorija¹⁶, metod, metodološki princip ili lokalna strategija za posebnu izgradnju teorije koja odgovara složenosti naših predmeta istraživanja. S praktične strane, potrebna nam je stvarna saradnja različitih istraživačkih grupa sa različitim tradicijama i da njihov zajednički cilj bude rad na takvoj meta-teoriji. Imamo viziju da bi mnogi istraživači u našem polju mogli da rade na umrežavanju teorija u područavanju matematike (vidjeti, na primjer, *The Enactivist Research Group*, Reid, 1996), a te teorije bi mogle da se primijene na lokalne pojave i da nam dozvole neko dublje razumijevanje empirijskih procesa učenja. Međutim, ne znamo kako bi ove veze mogle da izgledaju, kako bi mogle da se (re-) konstruišu i kako bi mogle dalje da se razvijaju.

Sve u svemu, sigurni smo da rasprava o adekvatnim načinima izgradnje teorija može da pogura zajednicu istraživanja područavanja matematike naprijed i može da pomogne da je razlikujemo od drugih „srodnih disciplina“.

Iako smo počeli interesantan proces, diskusija je daleko od toga da bude završena. Tri velika pitanja su se pojavila kao ključna za dalji rad:

- Za konkretno umrežavanje prvo se pojavljuje problem kako povezati teorije bez dobijanja kontradikcija i ne uništiti njihovu unutrašnju koherenciju. Potreban je zajednički pomoćni okvir, bar da ponudi lokaciju za vezivanje. Još jedna mogućnost je da se počne umrežavanje locirano na datoj „jako“ perspektivi i da se razvija kako bi se „ugradili“ („incorporate“) novi pristupi. Kako god, izgleda jasno da umrežavanje ne može biti sprovedeno „na teoretski ničijoj zemlji“.

- Drugo pitanje je: „Kako razlike među teorijama utiču na strategije umrežavanja, odnosno koje zajedničke pozadine su potrebne kako bi se osiguralo umrežavanje, a da se ne izda ono nacionalno svakog pristupa?“

- Konačno, vezano za ono što mi možemo nazvati „teorijom umrežavanja teorija“, javlja se pitanje koje kategorije su potrebne kako bi se nosilo sa različitim teorijama. Da li je potrebno izgraditi zajedničku ili diskretnu (sastavljenu od više cijelina) pozadinu koja može djelovati kao „neutralni teren“ za umrežavanje ili je važno održati mnoge referentne sisteme gdje svaka teorija može djelovati kao glavni potencijalni zagovornik čitave konstrukcije?

Ambicioznost ovog ispitivanja očigledno prekoračuje obime radne grupe, koja se susreće samo na nekoliko dana u periodu od dvije godine. CERME-ova radna grupa o teoretskim perspektivama namjerava početi dugoročni projekat koji bi se mogao odvijati takođe između konferencija, po mogućnosti podjelom na manje grupe. U svakom sličaju, cilj je utvrditi „referentno mjesto“ za proučavanje teorija,

¹⁶ O meta-teorija u obrazovanju pogledati, na primjer, tekst Wolfgang Brezinka (2005)

njihovih razlika, sličnosti, veza sa vizijom žive i teoretski različite, ali teoretski povezane Evropske unije za istraživanje matematičkog obrazovanja.

Literatura

- Marcus Arnold and Roland Fischer (eds): *Disziplinierungen. Kulturen der Wissenschaft im Vergleich* [Disciplines. Sciences as cultures in comparison]. Wien : Turia & Kant. 2004
- Michèle Artigue, Mariolina Bartolini Bussi, Tommy Dreyfus, Eddie Gray, Susanne Prediger, *Different theoretical perspectives and approaches in research in mathematics education*, CERME 4 (2005), WG11, 1239-1243
- Ferdinando Arzarello, Marianna Bosch, Agnès Lenfant, Susanne Prediger, *Different theoretical perspectives in research from teaching problems to research problems*, CERME 5 (2007), WG11, 1618-1627
- Ferdinando Arzarello, Angelika Bikner-Ahsbabs, & Cristina Sabena: *Complementary Networking: Enriching Understanding*, CERME 6(2009), wg9, 13-22
- Angelika Bikner-Ahsbabs: Mathematikinteresse zwischen Subjekt und Situation [*Interest in Mathematics between Subject and Situation*]. Hildesheim: Verlag Franzbecker, 2004.
- Angelika Bikner-Ahsbabs: *Crossing the Border – Integrating Different Paradigms and Perspectives*. Proceedings of CERME 4 (2005).
- Angelika Bikner-Ahsbabs & Susanne Prediger, *Diversity of Theories in Mathematics Education – How can we deal with it?*, ZDM, Vol. 38 (1)(2006), 52-57
- Alan J. Bishop: *International Perspectives on Research in Mathematics Education*. In D. A. Grouws (ed). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York, Oxford: Macmillan Publishing Company, 1992, 710-723.
- Wolfgang Brezinka: *Meta-Theory of Education, European Contribution for an Empirical – Analytic Point of View*; International Journal of Educology, 19(1)(2005), 7-26
- Wilhelm Dilthey: *Einleitung in die Geisteswissenschaften*, [*Introduction to the human sciences*] Original 1883, 9th edition, (1990). Stuttgart: Vandenhoeck & Ruprecht.
- Ed Dubinski and Michael A. McDonald: *APOS: A Constructivist Theory of Learning in Undergraduate Mathematics Education Research*; ICMP paper, 1-22 (preprint)
- Lyn English & Bharath Sriraman: *Theories of Mathematics Education: A global survey of theoretical frameworks / trends in mathematics education research*. ZDM, 37 (6)(2005), 450-456.
- Lyn English & Bharath Sriraman: RF04: *Theories of Mathematics Education*; In: Chick, H. L. & Vincent, J. L. (Eds.). Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 2005, Vol. 1, pp. 170-202.
- Lyn English & Bharath Sriraman: *Theories of mathematics Education, Seeking New Frontiers*, Springer, Heidelberg, Dordrecht, London and New York 2010.
- Paul Ernest, Susanne Prediger and Maria Viggiani-Bicudo: *Philosophy of Mathematics Education – Strands and Issues*. in: N. Mogens (ed.), Proceedings of the 10th International Congress on Mathematics Education 2004, Copenhagen. IMFUFA, Roskilde University, Roskilde, 2008, pp. 438-444.
- Ruhama Even and Baruch Schwarz: *Implications of competing interpretations of practice for research and theory in mathematics education*. Educational Studies in Mathematics Education 54 (2-3)(2003), 283-313.
- Roland Fischer: *Wissenschaft, Argumentation und Widerspruch* [*Science, argumentation and contradiction*]. In R. Fischer et al. (eds). *Argumentation und Entscheidung. Zur Idee und Organisation von Wissenschaft*. Wien-München: Profil, 1993, 29-43.
- Norbert E. Groeben and al. : *Das Forschungsprogramm Subjektive Theorien. Eine Einführung in die Psychologie des reflexiven Subjekts* [*The research program subjective theories. An introduction to the psychology of the reflexive subject*]. Tübingen Francke, 1988.

- Guershon Harel and Kien H.Lim: *Mathematics Teacher's Knowledge Base: Prelimery results*. Proceedings of the 28th Conference on PME (2004), 25-32
- Hans W.Heyman, *Why Teach Mathematics: A Focus on General Education*. Dordrecht: Kluwer, 2003
- Michael H.G. Hoffmann and Wolf-Michael Roth: *Learning by Developing Knowledge networks*. ZDM, 36 (6)(2004), 196-205.
- Barbara Jaworski, *Inquiry as a pervasive pedagogic process in mathematics education development*, CERME 3 (2003), TG 11, 1-10
- Djorđe Kadijević: *Towards Basic Standards for Research in Mathematics Education*; The Teaching of Mathematics, VIII (2005), Broj 2, 73–81
- Götz Krummheuer (1995): *The Ethnolgraphy of Argumentation*. In Cobb, Paul & Beuersfeld, Heinrich (eds). *The Emergence oh Mathematical Meaninig: Interaction in Classroom Cultures*. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, 229-269.
- Götz Krummheuer: *Paraphrase und Tradktion*. Weinheim: Beltz Verlag, 2001.
- Stephen Lamnek: *Qualitative Sozialforschung*. Bd, 1, Methodologie [*Qualitative social research, vol. 1, methodology*]. Wienheim: Beltz 1995
- John Mason and Andrew Waywood: *The role of the theory in mathematics education and research*. In A.J. Bishop et al. (eds). *International Handbook of Mathematics Education*, Kluwer: Dordrecht, 1996, 1055-1089.
- John Mason: *Discerning in and between theories in mathematics education*; CERME 7 (2009), WG 16, pp. 1-10
- Susanne Prediger: *Intercultural Perspectives on Mathematics Learning – Developing a Theoretical Framework*. International Journal of Science and Mathematics Education 2(3) (2004), 377-406.
- Luis Redford: *Connecting theories in mathematics education: challenges and possibilities*; ZDM Mathematics Education, 40 (2008), 317–327
- Luis Redford: *Teorije u matemaičkom obrazovanju: Jedna kratka studija o njihovim konceptualnim razlikama*; IMO, Vol. I (2009), Broj 1, 11-22
- David A. Reid: *Enactivism as a Methodology*. In L. Puig & A Gutierrez, (eds). Proceeding of the 29th Conference of the PME (1996), Vol. 4, 203-210.
- Kristin E. Reedal: *Jean Piaget's Cognitive Development Theory in Mathematics Education*; 2010 Senior Seminar: Cognitive Development and the Learning of Mathematics, May 2010, pp. 16-20, Rippon College, <http://ripon.edu/macsummation>
- Daniel A.Romano: *Istraživanje matematičkog obrazovanja*; IMO, Vol. I (2009), Broj 1, 1-10
- Daniel A.Romano : *Metodika matematike – naučna disciplina ?* V Symposium “Technology, Informatics and Education for Learning and Knowledge Society”, Novi Sad, 19-20.06.2009. Centar za primenu nauke, tehnologije i informatike Novi Sad, Novi Sad 2010, Knjiga 1, 455-468
- Daniel A.Romano: *Matematika, Metodika matematike i Istraživanje matematičkog obrazovanja – tri srodna a tako različita domena*; IMO, Vol. II (2010), Broj 2, 3-10
- Daniel A.Romano i Vladan Todić: *Nekoliko napomena o odnosu teorija i prakse matematičkog obrazovanja učitelja*; IMO, Vol. III (2011), Broj 4, 5-16
- Alan H.Schoenfeld: *Research methods in (mathematics) education*. In: L.D. English (ed) *Handbook of internationalresearch in mathematics education*. 2nd edition, Taylor and Francis, NY 2008, 467-519.
- Alan H.Schoenfeld: *Namjere i metode u istraživanju matematičkog obrazovanja*, IMO, Vol. III (2011), broj 4, 23-34
- Lynn Arthur Steen: *Theories that Gyre and Gimble in the Wabe*; Journal for Research in Mathematics Education. [Vol. 30, No. 2, 1999](#), 235-241
- Steinbring: *The construction of New mathematical knowledge in Classroom Interaction*. Dordrecht: Kluwer, 2004.
- Stephen Lerman, *Theories of mathematics education: Is plurality a p roblem?*, ZDM, Vol. 38 (1)(2006), 8-13

- Bharath Sriraman, *Theories of mathematics education: European perspectives, commentaries and viable research directions*, ZDM, Vol. 38 (1)(2006), 1-2
- Bharath Sriraman, Lyn D. English, *Theories of Mathematics Education1: A global survey of theoretical frameworks/trends in mathematics education research*, ZDM, Vol. 37 (6) (2005), 450-456
- Anna Sierpinska and Stephen Lerman: *Epistemologies of Mathematics and of Mathematics Education*. In: A.J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick and C. Laborde (eds.) *International Handbook of Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer 1996. (pp. 827-876)
- Anna Sierpinska and Jeremy Kilpatrick (eds): *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity*; Kluwer Academic Publisher, Dordrecht, Boston and London, 1998.
- Günter Tórner i Barath Sriraman: *A contemporary analysis of the six "Theories of Mathematics Education" theses of Hans-Georg Steiner* ZDM, 39(1-2)(2007), 155-163
- Dieter Ulich: *Pädagogische Interaktion. Theorien erzieherischen Handelns und sozialen Lernens* [*Pedagogical Interactions. Theories of educational action and social learning*]. Weinheim, Basel: Beltz, 1976.